UDK: 796:005.7
(Stručni rad / Professional paper)

MOGUĆNOST PRIMENE MATEMATIČKIH SPEKTARA MIHAJLA PETROVIĆA – ALASA U REVIZIJI POSLOVANJA SPORTSKIH KLUBOVA

Petko Stanojević[1]
[1]Faculty Slobomir P, Bosnia and Herzegovina

Apstrakt

Stopedesetgodišnjica rodjenja Nikole Tesle je svečano obeležena ne samo od strane države Srbije, već i od celog sveta. Nalazimo da je ovaj dogadjaj trenutak da se podsetimo i na druge velikane naše i svetske nauke. Jadan od njih je svakako legendarni Mihajlo Petrović – Alas, čuveni matematičar i alas. Iz velikog naučnog opusa, posebno izdavajamo matematičke spektre.

Naš veliki naučnik Mihajlo Petrović Alas je tvorac ideje da jedan skup brojeva ili fukcija prikaže u vidu jednog spektra i da se dalje pomoću tih spektara operiše i dođe do novih matematičkih rezultata[1].

Ovaj prilog predstavlja minijaturan pokušaj da se prikaže mogućnost primene ove teorije na reviziju, kao i da ukaže na nepresušne istorijske i aktualne potencijale srpske nauke.

Pre nego što ukažemo na mogućnost primene ove teorije na specijalno asignirane tehnike revizije, ukratko ćemo prikazati Petrovićevu metodu formiranja spektra jednog skupa brojeva, dok ćemo slučaj funkcija izostaviti za druga razmatranja.

Ključne reči: matematika, menadžment, revizija

I. Matematički spektri Mihajla Petrovića

[1] Gauthier-Villars et Cie-Paris, specijalna kurs održan na Sorboni 1927/1928. pod nazivom „Leçons sur les spectres mathèmatiques"

Uočimo jedan niz pozitivnih celih brojeva

(1.1) $$N_0,\ N_1, N_2, \ldots$$

Označimo sa n_k broj cifara od N_k tako da je

$$N_k > 10^{n_k+1}$$

Takođe označimo λ_{ik} i-tu cifru broja N_k računajući rang i zdesna nalevo. Broj N_k možemo predstaviti u obliku sledećeg zbira

(1.2) $$N_k = \sum_{i=1}^{n_k} 10^{i-1} \lambda_{ik}$$

Obrazujemo sada niz pozitivnih celih brojeva

(1.3) $$h_0, h_1, h_2, \ldots,$$

takav da je $h_k \geq n_k$ za svako k i niz brojnih grupa

$$G_0, G_1, G_2, \ldots.,$$

Pri čemu brojna grupa

(1.4) $$G_k = 00\ldots0N_k, \qquad k=0,1,2,\ldots,$$

Ima ukupno h_k cifara.

Decimalni razlomak

(1.5) $$S = G_0, G_1, G_2, \ldots,$$ [2]

[2] Ovako obrazovani decimalni razlomak (5) podseća na svetlosni spektar usijanih tela. Pojedine

Kod koga G_o predstavlja ceo broj a G_0, G_1, G_2, itd. grupe decimala, Petrović je označio kao **matematički spektar** niza brojeva (1) cifre uzastopnih brojeva N_{k-1} i N_k razdvojene su sa h_k-n_k nula.

Broj cifara grupe Gk označen je sa jk i nazvan **spektralni ritam.** On može biti **uniforman** ako je konstantan, tj. $h_k=h$, **uniformno ubrzan** ako je $h_k=h+h_k$ i **periodičan** ako su varijacije od h_k periodične.

Na ovaj način uspostavljena je obostrana korespodencija između skupa brojeva (1.1) i numeričkog spektra (1.5).

Primetimo da se spektar (1.5) može napisati u obliku

(1.6)
$$S = \sum_{k=0} N_k 10^{-\sum_{i=1}^{k} h_i}$$

Ili, kratko

(1.7)
$$S = \sum_{k=0} g_k N_k$$

Gde smo stavili

(1.8)
$$g_k = 10^{-\sum_{i=1}^{k} h_i}$$

Funkcija

(1.9)
$$\Phi(x) = N_0+g_1N_1x+g_2N_2x^2+....$$

---

cifre odgovaraju lik odgovaraju karakterističnim spektralnim linijama a nule tamnim linijama.

čija numerička vrednost za x=1 odgovara spektru S skupa brojeva N_0, N_1,N_2,…, tj.

(1.10) $$S= \Phi(1),$$

naziva se **spektralna generatrisa.**

Da bismo odredili spektralnu generatrisu jednog skupa brojeva, prirodno je da se predhodno odrddi funkcije

(1.11) $$G(x) = N_0+N_1x+N_2x^2+....$$

Koja se naziva **glavna spektralna karakteristika** toga skupa[3].

Primetimo da je kod uniformnog spektralnog ritma

(1. 12) $$S=G(10^{-h})$$

Prema toe, ako nam je poznat galvna spektralna karakteristika $G(x)$ i ako je spektralni ritam unoforman, do sekra S neposredno dolazimo izračumavanjme numeričke vrednosti $G(10^{-h})$.

II. Primena spektralne analize u odredjivanje statističkih rasporeda

Neka kod posmatranog statističkog rasporeda od N elemenata prekidno obeležje X uzima vrednosti $x_0,x_1,x_2,...,x_n$ sa odgovarajućim apsolutnim frekvencijama

3

(2.1) $f_o, f_1, f_2, \ldots, f_n.$

Elementi niza $\{f_i\}$ su nenegativni celi brojevi čiji je zbir

$$\sum_{i=1}^{n} f_i = N.$$

Primetimo sada da je funkcija generatrise toga rasporeda identična sa Petrovićevim glavnom spektralnom karakteristikom (1.11), tj.

$$G(x) = f_0+f_1x+f_2x^2+\ldots+ f_nx^n.$$

Petrovićeva spektrala generatrisa statističkog rasporeda (2.1) biće zbog (1.9),

$$\Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} g_i f_i x^i,$$

gde su

$$g_i = 10^{-\sum_{j=1}^{i} h_j}, \text{ i=0,1,2,...,n}$$

a $\{h_j\}$ spektralni ritam.

Perovićev spektar statsitičkog rasporeda (2.1) biće numerička vrednost

$$S = \Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i 10^{-\sum_{j=1}^{i} h_j}.$$

Na ovaj način je ceo statsitički raspored dat u vidu jednog decimalnog razlomka čija cela vrednost definiše frekvenciju f_0, prvih h_1 decimala frekvenciju f_1,..., a poslednjih h_n decimala frekvenciju f_n, tj.

$$S = f_0, \underbrace{0...0\,f_1}_{h_1}\underbrace{0...0\,f_2}_{h_2}...\underbrace{0...0\,f_n}_{h_n}$$

Od posebne važnosti je praktična vrednost ako uzmemo da je spektralni ritam unoforman ($h_i=h$). Tada se Petroviećv spektar rasporeda svodi na numeričku vrednost funkcije generatrise za $x=10^{-h}$, tj.

$$S=G(10^{-h}). \tag{2.3}$$

Ovaj rezultat je utoliko značajniji što se kod statsitičkih rasporeda sa poznatom funkcijom generatrise i za unapred fiksirani ritam h, numeričke vrednosti svih frekevencija mogu neposredno dobiti preko direktno izračunatog izraza (2.3). Umesto da uzračunavamo svaku pojedinu frekvenciju, izračunavamo izraz G(10-h) čija će numerička vrednost u vidu Petrivićvog spektra neposredno dati sve tražene frekvencije[4].

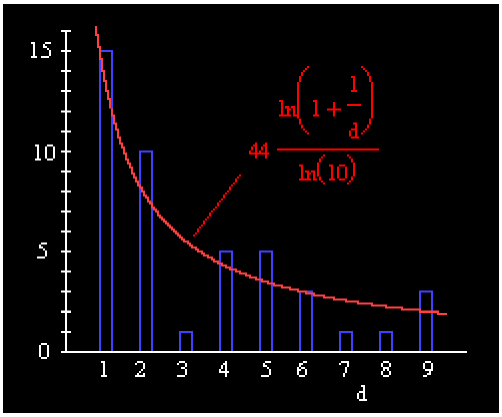
[4] Ova se metoda odnosi samo na slučaj prekidnih rasporeda čije frekvencije imaju konačan brj cifara.

Elementi primene spektralne analize u revizji

Metodološki opseg primene revizije poslednjih desetak godina značajnu ulogu je pridodelio otkrivanju kriminalnih radnji. Jedna od metoda koji se često koristi jeste **Benfordov metod.** Ukratko Benfordov metod se sastoji iz utvrdjenogzakona da se pojeidne cifre u nizu brojeva pojavljuju po posebnoj zakonitosti koja formira na osnovu verovatnoće da će prva jedinica u nizu brojeva faktura itsl. biti sa verovatnoćom od :

$$P\{d\} = \frac{\ln\left(1+\frac{1}{d}\right)}{\ln(10)}$$

Gde je d prva cifra. Tako ovaj Zakon prdvidja da se svi borjevi od 0 do 9 pojavljuju seriji cifara na način koji je pod uticaje verovatnoće. Ukoliko to nije dolazi do asigniranja te cifre koja odudara od zakona i time se implicira mogućnost kriminalnih radnji (jer je neko namerno narušio taj zakomerni red), što je posebno aplikabilno u postupku obavljanja revizije. Na narednoj slici vidimo da cifra tri odudara od benfordovog zakona.



U slučaju spektrane analize Mike Alasa podjimo od konstatacije da je njegovom spektralnom analizom utvrdjeno da „na ovaj način uspostavljena je obostrana korespodencija izmedju skupa brojeva i numeričkog spektra. Naime, datom skupu brojeva i ritmu hk odgovara jedan skup brojeva.

Za potrebe našeg rada skup brojeva može biti skup faktura, otpremnica, knjižnih naloga, itsl. koje možemo sagledati kao skup :

N0, N1,N2,…

Sobzirom da je uspostavljena korespodencija sa spektrom :

S= G0,G1,G2,...,

Naime, datom skupu brojeva i ritmu hk odgovara jedan numerički spektar i, suprotno, datom numeričkom spektru i ritmu hk odgovara jedna skup brojeva.

Ovo drugojačije rečeno znači da onaj spektar koji je vezan za „istorijski proverenu ispravnu knjigovodstvenu evidenciju na velikom uzorku na signifikatnom broju privrednih društava“ itsl. uspostavlja „zakoniti spektralni ritam“. Ukoliko se putem analize tekuće, partikularne (za individualno privredno društvo) knjigovostvene evidencije utvrdi da ista nije saglasna „zakonitim spektralnim ritmom“ jasno je da se radi o neuobičajenim radnjama (slučajnim ili kriminalnim radnjama u poslovanju privrednog subjekta.

Kada je pak u pitanju primena Petrovićevih spektara u revizijskom uzorkovanju možemo zapaziti da se tu radi o mogućnosti da se izvrši utvrdjivanje traženih frekvencija obrade dokumentaicje, što može biti značajno sa aspekta uzimanja uzorka iz perioda koji je najfrekventniji.

Podjimo od predpostavke da je ukupna broj elemenata N, i da je od tih elemenata A-pogrešni (nije bit namerno ili nenamerno) i da je B broj ispravnih dokumenata. Tada je

A + B = N

Ili

$$\frac{A}{N} + \frac{B}{N} = 1$$

Tada je proposrcija ppogrešinih jednaka P =A/N i ispravnih Q=B/N, što je P+Q=1.

Ukoliko izvučemo uzorak od n elemenata iz A-pogrešni tada je n $\leq$A, dok je ostatak bez greške b=n-a. Na bazi ovoga formirali smo verovatnoću da će iz gornjeg osnovnog skupa biti izvučen uzorak sa a elemenata sa svojstvom K je

$$p_a = \frac{\binom{A}{a}\binom{B}{b}}{\binom{N}{n}} = \frac{A!B!n!(N-n)!}{a!b!(A-a)!(B-b)!}$$

Kada je N$\to\infty$, A$\to\infty$B$\to\infty$, tada

$$p_a = \frac{\binom{A}{a}\binom{B}{b}}{\binom{N}{n}} \to \binom{n}{a} P^a Q^{n-a},$$

tj. aleatorna promeljiva a imaće binomni rspored.

U tom slučaju za binomni raspored sa apsolutnim frekevencijama funkacija generatrise će biti, kako sledi:

G(x) = N(Q+Px)n

gde je Q=1-P.

Tada je Petrovićev binomni raspored za uniformni ritam h kako sledi:

$$S = N\left(Q + \frac{P}{10^h}\right)^n.$$

Tako je za Q=0,1, P=0,9, n=4, i N=10.000 i spektralni ritam h=4.

S=1,0036 0486 2916 6561

Iz čega neposredno dobijamo tražene frekvencije:

f0=	1
f1=	36
f2=	486
f3=	2916
f4=	6565
N=	10.000

Umesto zaključka

Ovo je samo jedan pokušaj da se smeste neke analize naših velikana u domene metodlogije revizije kao i da se podsetimo na našu kulturnu i naučnu baštinu. Mnogo toga još nismo proučili mnoge naše pretke nismo dovoljno istražili. Ovaj prilog ima društvenu poruku bavimo se i nama jer imamo zašto. Još jedna naučna observacija na profesora Miku Alasa, podsetimo se da sem što je Mika Alas bio svetski matematičar posve toga je izvrsno svirao violinu i bio večiti zaljubljenik u reku i alaski zanat, svestrana ličnost kako samo ovo tle može da rađa.

Literatura

1. Committee of Experts on Public Administration, „Participatory governance and citizens' engagement in policy development, service delivery and budgeting", Economic and Social Council, New York, 2007.
2. Laughran M., „Auditing for dummies", Wiley publishing Inc, Hobboken, 2011
3. Andrić, M, Krsmanović, i Jakšić D., (2004), „Revizija" , Ekonomski fakultet, Subotica, 2010.
4. Andrić, M. i grupa autora, „Revizija javnog sektora", Ekonomski fakultet Subotica, 2007.
5. Andrić, M., Krsmanović B., Jakšić D., „Revizija, teorija i praksa", Subotica, 2004.
6. Vidaković, S., „Eksterna revizija finansijskih izveštaja", Fakultet za uslužni biznis, Novi Sad, 2007.

7. Vučelić, J., „Neposredno učešće građana u donošenju odluka na lokalnom nivou vlasti u Srbiji“, Sociologija, br.3, 2009.
8. Goranović, P., „Javne finansije“, Vlada Crne Gore-Uprava za kadrove, Podgorica, 2008.
9. Đuranović, J., „Priručnik budžetsko računovodstvo“, Državna revizorska institucija Crne Gore, Podgorica, 2011.
10. Luković, V., „Ekonomija javnog sektora-javne finansije“, Visoka strukovna škola za preduzetništvo“, Beograd, 2008.
11. Pejović, D., Lazarević, N. i Đinđić, M., „Analiza dosadašnjih izveštaja Državne revizorske institucije u vezi sa radom jedinica lokalne samouprave i teritorijalne autonomije–Zaključci, preporuke i inicijative“, Stalna konferencija gradova i opština, Beograd, 2014.
12. Ristić, Ž., Srdić M. i Vukša, S., „Budžetska politika i fiskalna revizija“, Etno stil, Beograd, 2009.
13. Stanišić, M., „Revizija“, Univerzitet Singidunum, Beograd, 2006.

UDK: 796.071.2:159.92
(Stručni rad / Professional paper)